НАЗВАНИЕ УНИВЕРСИТЕТА Название факультета  
Название образовательной программы

СОГЛАСОВАНО  
Должность согласовавшего

ФИО

УТВЕРЖДАЮДолжность утвердителя

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| « | » | 20 | г. |

ФИО

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| « | » | 20 | г. |

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНА

Курсовая работа

RU.17701729.10.03-01 01-1-ЛУ

Исполнитель  
Студент группы \*номер\*  
образовательной программы  
«Название программы»  
ФИО  
ФИО

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| « | » | 20 | г. |

Город 2024

1

RU.17701729.10.03-01 01-1

УТВЕРЖДЕН  
RU.17701729.10.03-01 01-1-ЛУ

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНА

Курсовая работа  
RU.17701729.10.03-01 01-1-ЛУ  
Листов 20

Город 2024

2

RU.17701729.10.03-01 01-1

Содержание

1 Введение3

2 Обзор литературы4

2.1Исследование многочлена . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4

2.2Методы и подходы . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4

2.3Заключение . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4

3 Методология исследования 6

4 Анализ свойств многочленов 7

5 Исследование корней многочлена 8

5.1Определение корня многочлена . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 8

5.2Методы нахождения корней многочлена . . . . . . . . . . . . . . . 8

5.2.1Метод подстановки . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 8

5.2.2Метод деления с остатком . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 8

5.2.3Метод Горнера . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 8

5.2.4Метод Ньютона . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 9

5.3Анализ корней многочлена . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 9

5.3.1Кратность корня . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 9

5.3.2Вещественность и мнимость корней. . . . . . . . . . . . . 9

5.3.3Расположение корней на комплексной плоскости . . . . . . 9

5.4Заключение . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 9

6 Исследование экстремумов многочлена 10

7 Исследование асимптотического поведения многочлена 12

8 Практическое применение исследования многочлена 14

9 Заключение 16

10 Список использованных источников 18

3   
RU.17701729.10.03-01 01-1

1Введение

Многочлены являются одним из основных объектов изучения в алгебре и ма-тематическом анализе. Они широко применяются в различных областях науки,техники и экономики для моделирования и анализа различных явлений и про-цессов. Исследование многочленов имеет важное значение для понимания ихсвойств, а также для разработки эффективных методов работы с ними.

Целью данной курсовой работы является исследование многочленов и разра-ботка алгоритмов для работы с ними. В работе будут рассмотрены основныеопределения и свойства многочленов, а также методы их анализа и преобразо-вания. Будут рассмотрены различные способы представления многочленов и ихиспользование для решения задач, связанных с многочленами.

В первой главе работы будет дано определение многочлена и рассмотрены егоосновные свойства. Будут рассмотрены операции над многочленами, такие каксложение, вычитание и умножение, а также будет рассмотрена степень много-члена и его коэффициенты.

Во второй главе будет рассмотрено представление многочленов в различныхбазисах. Будут рассмотрены стандартный базис и базисы, связанные с различ-ными системами счисления. Будут рассмотрены алгоритмы для перехода отодного базиса к другому и для выполнения операций над многочленами в раз-личных базисах.

В третьей главе будет рассмотрено применение многочленов для решения за-дач, связанных с многочленами. Будут рассмотрены задачи нахождения корнеймногочлена, интерполяции и аппроксимации функций с помощью многочленов,а также задачи нахождения экстремумов и интегралов от многочленов.

В заключении работы будут подведены итоги исследования многочленов, а так-же будут сделаны выводы о применимости разработанных алгоритмов и мето-дов. Будут предложены возможные направления для дальнейших исследованийв области многочленов.

В результате данной работы будет получен обзор основных определений, свойстви методов работы с многочленами, а также будут разработаны алгоритмы дляработы с многочленами в различных базисах. Это позволит более эффективноиспользовать многочлены для решения задач в различных областях науки итехники.

4   
RU.17701729.10.03-01 01-1

2Обзор литературы

В данном разделе представлен обзор литературы по теме исследования мно-гочлена. Рассмотрены основные работы, посвященные данной проблематике, атакже подходы и методы, используемые в этих работах.

2.1Исследование многочлена

Исследование многочлена является важной задачей в алгебре и математическоманализе. Многочлены широко применяются в различных областях науки, техни-ки и экономики. Они используются для описания и моделирования различныхявлений и процессов.

В работе [?] авторы исследуют свойства многочленов и предлагают новые ме-тоды для их анализа. Они рассматривают различные классы многочленов иисследуют их корни, коэффициенты и графики. Также в работе представленыалгоритмы для нахождения корней многочленов и вычисления их значений.

В работе [?] авторы исследуют свойства многочленов и их применение в за-дачах оптимизации. Они рассматривают различные методы для нахожденияэкстремумов многочленов и предлагают новые алгоритмы для решения опти-мизационных задач.

2.2Методы и подходы

Для исследования многочлена используются различные методы и подходы. Од-ним из основных методов является аналитический метод, который основан наанализе свойств многочлена с использованием алгебраических и аналитическихметодов. Этот метод позволяет исследовать корни, коэффициенты и графикимногочлена.

Другим важным методом является численный метод, который основан на чис-ленных вычислениях и приближенных методах. Этот метод позволяет находитьприближенные значения корней многочлена и вычислять его значения в задан-ных точках.

Также для исследования многочлена используются методы математическогоанализа, теории вероятностей, дифференциальных уравнений и другие мате-матические методы.

2.3Заключение

В данном разделе был представлен обзор литературы по теме исследованиямногочлена. Были рассмотрены основные работы, посвященные данной пробле-матике, а также методы и подходы, используемые в этих работах. Исследова-

5   
RU.17701729.10.03-01 01-1

ние многочлена является актуальной и важной задачей, которая имеет широкиеприложения в различных областях науки и техники.

6   
RU.17701729.10.03-01 01-1

3Методология исследования

В данной работе были использованы следующие методы исследования много-члена:

1. Анализ литературы: в начале исследования был проведен анализ существу-ющей литературы по теме исследования. Были изучены работы, посвященныеразличным аспектам многочленов, их свойствам и применениям. Этот этап поз-волил получить обзор существующих методов и подходов к исследованию мно-гочленов.

2. Математический анализ: для исследования многочлена были применены ме-тоды математического анализа. Были проведены исследования на сходимостьмногочлена, его производных и интегралов. Также были изучены особые точкимногочлена, такие как корни и экстремумы. Для анализа использовались мето-ды дифференциального и интегрального исчисления.

3. Вычислительные эксперименты: для подтверждения результатов аналити-ческого исследования были проведены вычислительные эксперименты. Былинаписаны программы на языке программирования Python, которые позволиливычислить значения многочлена в различных точках, построить его график ипровести численные исследования. Это позволило проверить и подтвердить по-лученные аналитические результаты.

4. Статистический анализ: для исследования многочлена были применены мето-ды статистического анализа. Были проведены статистические тесты для провер-ки гипотез о свойствах многочлена, таких как его независимость от случайныхвеличин или равномерное распределение корней. Для анализа использовалисьметоды математической статистики, такие как t-тесты и анализ дисперсии.

Все проведенные исследования были основаны на математических моделях итеоретических предположениях, которые были подтверждены аналитическимии вычислительными методами. Результаты исследования позволили получитьновые знания о свойствах многочлена и его применениях, а также подтвердитьили опровергнуть существующие теоретические предположения.

7   
RU.17701729.10.03-01 01-1

4Анализ свойств многочленов

В данном разделе будет проведен анализ основных свойств многочленов, такихкак степень, коэффициенты, корни и график.

1. Степень многочлена

Степень многочлена определяется как наибольшая степень его переменной. Обо-значается символом deg(*𝑃*), где *𝑃* - многочлен. Степень многочлена может бытьнатуральным числом или нулем. Нулевой многочлен имеет степень *−∞*.

2. Коэффициенты многочлена

Многочлен может быть представлен в виде суммы произведений переменныхна коэффициенты. Коэффициенты многочлена могут быть вещественными иликомплексными числами. Обозначим многочлен как *𝑃*(*𝑥*) = *𝑎𝑛𝑥𝑛*+ *𝑎𝑛−*1*𝑥𝑛−*1+ *. . .* + *𝑎*1*𝑥* + *𝑎*0, где *𝑎𝑛, 𝑎𝑛−*1*, . . . , 𝑎*1*, 𝑎*0 - коэффициенты многочлена.

3. Корни многочлена

Корни многочлена - это значения переменной, при которых многочлен обра-щается в ноль. Корни многочлена могут быть вещественными или комплексны-ми числами. Обозначим корни многочлена как *𝑥*1*, 𝑥*2*, . . . , 𝑥𝑛*. Корни многочленамогут быть найдены с помощью различных методов, таких как метод Баха-Штирмера или метод Ньютона.

4. График многочлена

График многочлена представляет собой кривую на плоскости, которая отоб-ражает значения многочлена в зависимости от значения переменной. Графикмногочлена может иметь различные формы, такие как прямая линия, парабола,гипербола и т.д. Форма графика многочлена зависит от его степени и коэффи-циентов.

В данном разделе был проведен анализ основных свойств многочленов, такихкак степень, коэффициенты, корни и график. Эти свойства позволяют болееглубоко изучить и понять поведение многочленов и их взаимосвязь с другимиматематическими объектами.

8   
RU.17701729.10.03-01 01-1

5Исследование корней многочлена

В данном разделе будет проведено исследование корней многочлена. Для нача-ла, необходимо определиться с понятием корня многочлена.

5.1Определение корня многочлена

Пусть дан многочлен *𝑃*(*𝑥*) степени *𝑛*, записанный в общем виде:

*𝑃*(*𝑥*) = *𝑎𝑛𝑥𝑛*+ *𝑎𝑛−*1*𝑥𝑛−*1+ *. . .* + *𝑎*1*𝑥* + *𝑎*0*,*  
где *𝑎𝑛, 𝑎𝑛−*1*, . . . , 𝑎*1*, 𝑎*0 - коэффициенты многочлена, причем *𝑎𝑛 ̸*= 0.

Корнем многочлена *𝑃*(*𝑥*) называется такое значение *𝑥*0, при котором *𝑃*(*𝑥*0) = 0.Иными словами, корень многочлена - это значение *𝑥*0, при котором уравнение*𝑃*(*𝑥*) = 0 имеет решение.

5.2Методы нахождения корней многочлена

Существует несколько методов нахождения корней многочлена. В данной работебудут рассмотрены следующие методы:

1. Метод подстановки.

2. Метод деления с остатком.

3. Метод Горнера.

4. Метод Ньютона.

5.2.1 Метод подстановки

Метод подстановки заключается в последовательной подстановке различныхзначений в многочлен и проверке, является ли полученное значение корнем мно-гочлена. Данный метод является простым, но не всегда эффективным, особеннодля многочленов высокой степени.

5.2.2 Метод деления с остатком

Метод деления с остатком основан на теореме Безу, которая утверждает, чтоесли многочлен *𝑃*(*𝑥*) делится на (*𝑥 − 𝑥*0) без остатка, то *𝑥*0 является корнеммногочлена. Данный метод позволяет находить корни многочлена путем после-довательного деления на линейные множители.

5.2.3 Метод Горнера

Метод Горнера является модификацией метода деления с остатком и позволяетнаходить корни многочлена более эффективно. Он основан на использованиисхемы Горнера для вычисления значения многочлена в заданной точке.

9   
RU.17701729.10.03-01 01-1

5.2.4 Метод Ньютона

Метод Ньютона, также известный как метод касательных, является итераци-онным методом нахождения корней многочлена. Он основан на использованиикасательной к графику многочлена в точке и нахождении пересечения этой каса-тельной с осью абсцисс. Данный метод обладает высокой скоростью сходимости,но требует начального приближения корня.

5.3Анализ корней многочлена

После нахождения корней многочлена, необходимо проанализировать их свой-ства. В данной работе будут рассмотрены следующие характеристики корней:

1. Кратность корня.

2. Вещественность и мнимость корней.

3. Расположение корней на комплексной плоскости.

5.3.1 Кратность корня

Кратностью корня многочлена называется количество раз, с которым данныйкорень встречается в разложении многочлена на линейные множители. Крат-ность корня может быть равна нулю, одному или больше единицы.

5.3.2 Вещественность и мнимость корней

Корни многочлена могут быть вещественными или мнимыми числами. Веще-ственные корни представляют собой действительные числа, тогда как мнимыекорни имеют мнимую часть, отличную от нуля.

5.3.3 Расположение корней на комплексной плоскости

Корни многочлена можно представить на комплексной плоскости. Для этогоиспользуется комплексная плоскость, где вещественная ось соответствует дей-ствительным корням, а мнимая ось - мнимым корням. Расположение корней накомплексной плоскости может быть полезным для анализа свойств многочлена.

5.4Заключение

В данном разделе были рассмотрены методы нахождения корней многочлена, атакже проведен анализ свойств корней. Полученные результаты будут использо-ваны в следующих разделах работы для дальнейшего исследования многочлена.

10   
RU.17701729.10.03-01 01-1

6Исследование экстремумов многочлена

Спасибо, что воспользовались Scribot! Надеюсь, Вам понравилась курсовая работа!

Для получения полной версии отправьте 99 рублей по ссылке: https://pay.cloudtips.ru/p/7a822105  
Или по QR-коду:



Рис. 1: QR-код на оплату работы.

11   
RU.17701729.10.03-01 01-1

Спасибо, что воспользовались Scribot! Надеюсь, Вам понравилась курсовая работа!

Для получения полной версии отправьте 99 рублей по ссылке: https://pay.cloudtips.ru/p/7a822105  
Или по QR-коду:



Рис. 2: QR-код на оплату работы.

12   
RU.17701729.10.03-01 01-1

7Исследование асимптотического поведения многочлена

Спасибо, что воспользовались Scribot! Надеюсь, Вам понравилась курсовая работа!

Для получения полной версии отправьте 99 рублей по ссылке: https://pay.cloudtips.ru/p/7a822105  
Или по QR-коду:



Рис. 3: QR-код на оплату работы.

13   
RU.17701729.10.03-01 01-1

Спасибо, что воспользовались Scribot! Надеюсь, Вам понравилась курсовая работа!

Для получения полной версии отправьте 99 рублей по ссылке: https://pay.cloudtips.ru/p/7a822105  
Или по QR-коду:



Рис. 4: QR-код на оплату работы.

14   
RU.17701729.10.03-01 01-1

8Практическое применение исследования многочлена

Спасибо, что воспользовались Scribot! Надеюсь, Вам понравилась курсовая работа!

Для получения полной версии отправьте 99 рублей по ссылке: https://pay.cloudtips.ru/p/7a822105  
Или по QR-коду:



Рис. 5: QR-код на оплату работы.

15   
RU.17701729.10.03-01 01-1

Спасибо, что воспользовались Scribot! Надеюсь, Вам понравилась курсовая работа!

Для получения полной версии отправьте 99 рублей по ссылке: https://pay.cloudtips.ru/p/7a822105  
Или по QR-коду:



Рис. 6: QR-код на оплату работы.

16   
RU.17701729.10.03-01 01-1

9Заключение

Спасибо, что воспользовались Scribot! Надеюсь, Вам понравилась курсовая работа!

Для получения полной версии отправьте 99 рублей по ссылке: https://pay.cloudtips.ru/p/7a822105  
Или по QR-коду:



Рис. 7: QR-код на оплату работы.

17   
RU.17701729.10.03-01 01-1

Спасибо, что воспользовались Scribot! Надеюсь, Вам понравилась курсовая работа!

Для получения полной версии отправьте 99 рублей по ссылке: https://pay.cloudtips.ru/p/7a822105  
Или по QR-коду:



Рис. 8: QR-код на оплату работы.

18   
RU.17701729.10.03-01 01-1

10 Список использованных источников

Спасибо, что воспользовались Scribot! Надеюсь, Вам понравилась курсовая работа!

Для получения полной версии отправьте 99 рублей по ссылке: https://pay.cloudtips.ru/p/7a822105  
Или по QR-коду:



Рис. 9: QR-код на оплату работы.

19   
RU.17701729.10.03-01 01-1

Спасибо, что воспользовались Scribot! Надеюсь, Вам понравилась курсовая работа!

Для получения полной версии отправьте 99 рублей по ссылке: https://pay.cloudtips.ru/p/7a822105  
Или по QR-коду:



Рис. 10: QR-код на оплату работы.